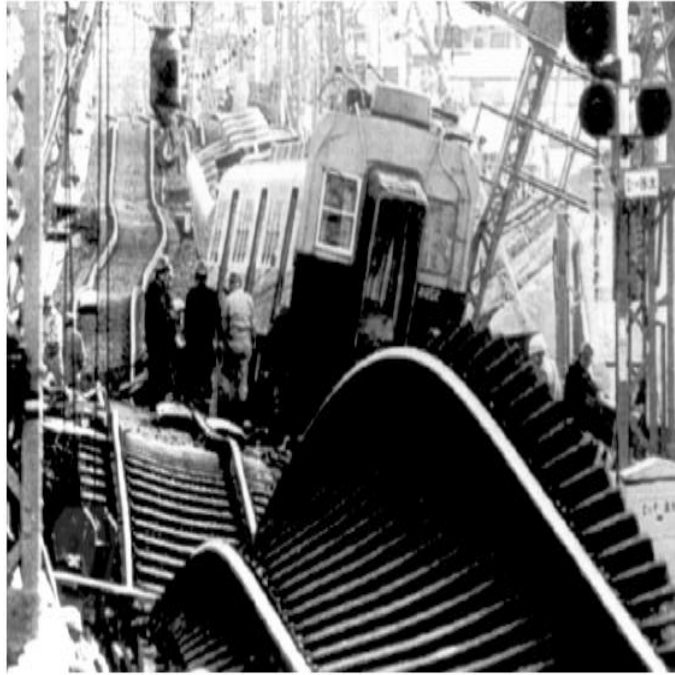


I.- INTRODUCCION

Un terremoto, también llamado seísmo o sismo o temblor de tierra es una sacudida del terreno que se produce debido al choque de las placas tectónicas y a la liberación de energía en el curso de una reorganización brusca de materiales de la corteza terrestre al superar el estado de equilibrio mecánico. Los más importantes y frecuentes se producen cuando se libera energía potencial elástica acumulada en la deformación gradual de las rocas contiguas al plano de una falla activa, pero también pueden ocurrir por otras causas, por ejemplo en torno a procesos volcánicos o por hundimiento de cavidades cársticas.



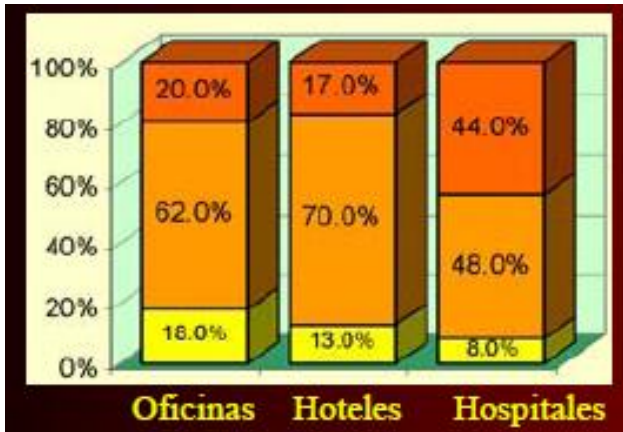
Durante la última década el concepto de aislación sísmica ha comenzado a ser considerado seriamente como una alternativa en el diseño sismo resistente de estructuras, especialmente en aquellos casos en que se busca un mejor desempeño sísmico para las estructuras y sus contenidos. El excelente desempeño que las estructuras aisladas han tenido durante los sismos de Northridge (Los Angeles, 1994) y Kobe (Kobe, 1995), avalan las bondades de esta alternativa en cuanto a aumentar considerablemente el nivel de seguridad para las personas y la operatividad de la estructura después de un sismo.



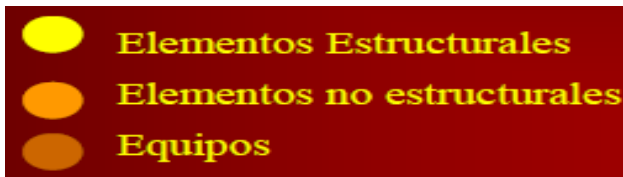
El aislamiento sísmico es una serie de elementos estructurales para desplazar una superestructura del edificio de la tierra y, así, para proteger la integridad del edificio. El aislamiento sísmico es una herramienta de gran alcance de la ingeniería sísmica.

Este proyecto surge como una idea de poder atenuar los efectos

destructores de los movimientos sísmicos en las edificaciones, mediante el empleo de aislantes de vibraciones similares a los utilizados en las grandes maquinarias, con la diferencia de que tienen que ser accesibles al público en general.



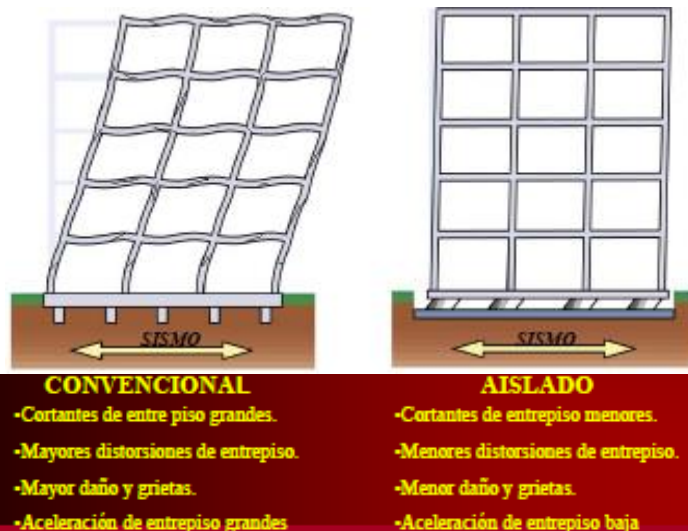
edificio.



La mayor parte de las pérdidas económicas, se deben a los daños en las estructuras. Sin embargo existe un costo adicional ocasionado por la pérdida de las instalaciones y equipamiento de los edificios (Computadoras, sistemas eléctricos y electrónicos, insumos, productos, información, etc.). Adicionalmente existe el costo por la interrupción de las funciones del

En un edificio la mayor parte del contenido lo componen los elementos estructurales y el equipamiento.

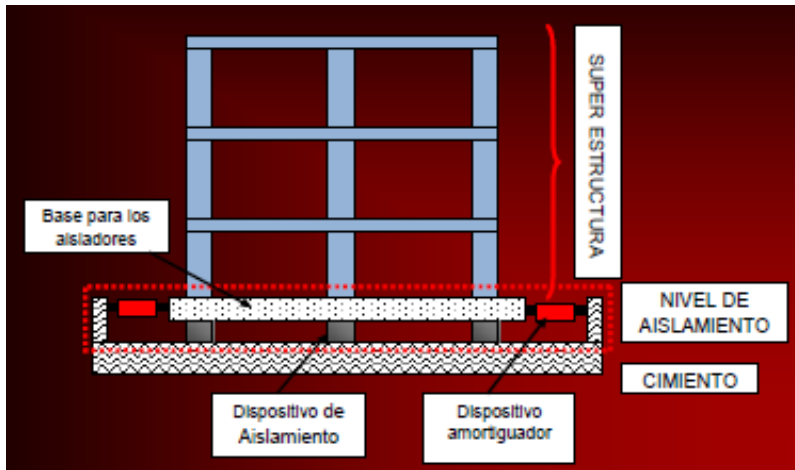
El aislamiento sísmico busca limitar el efecto negativo del sismo interponiendo elementos especiales en la base de la estructura tales que puedan absorber la acción del sismo y al mismo tiempo soportar el peso de la estructura.



Los objetivos del aislamiento sísmico en los edificios son:

- Minimizar la interrupción de las actividades dentro de las edificaciones cuando está ocurriendo un sismo.
- La reducción de las distorsiones del entrepiso y por lo tanto el daño en los componentes estructurales y no estructurales.

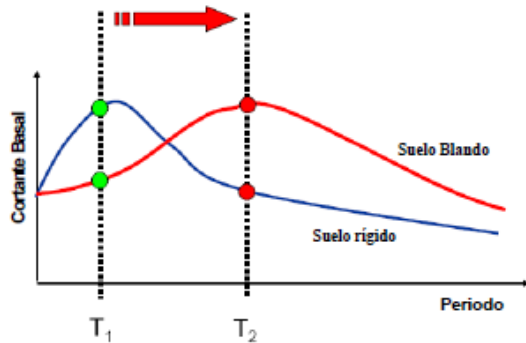
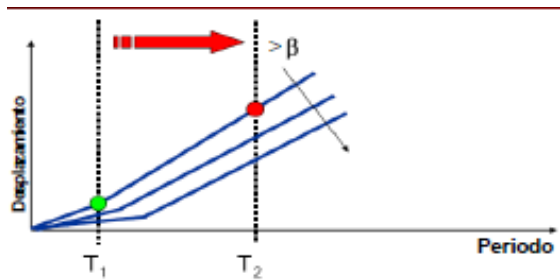
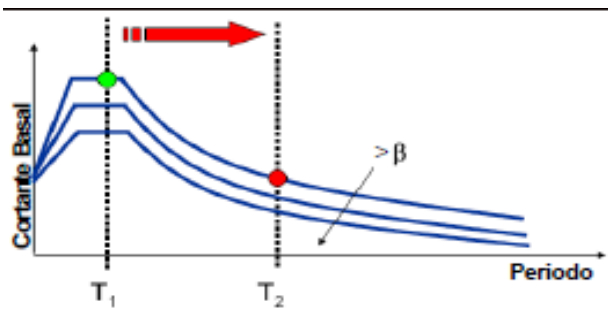
- La reducción de la aceleración de los entrepisos en la estructura, para minimizar el daño de los componentes que la componen.



En la figura de al lado se puede observar el esquema del edificio aislado, las figuras de la parte inferior reflejan las graficas obtenidas de edificios sin aislar y edificios aislados con sistemas similares.

● No Aislado ● Aislado

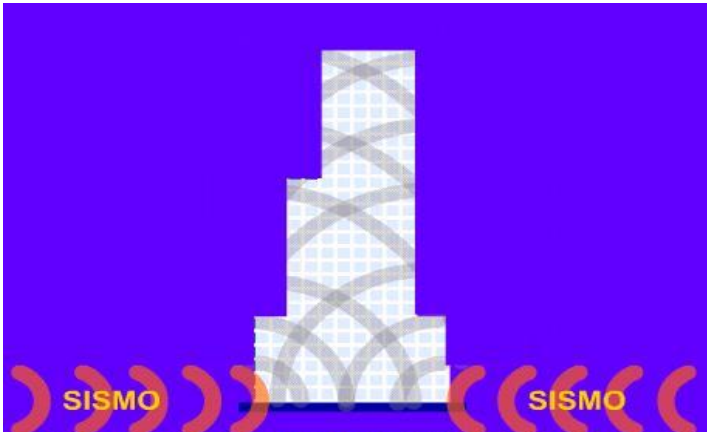
De estas graficas obtenemos la conclusión que a mayor periodo de movimiento hay un mayor desplazamiento de la base, mientras que en la figura anterior nos damos cuenta que a mayor periodo disminuye el cortante basal. La ultima figura nos indica que si el suelo es muy blando el aislamiento tendería a crear más fuerza en la estructura corriendo el riesgo de que esta colapse.



II.- SITUACION ACTUAL.

La situación actual de los sistemas de aislamiento sísmico se pueden agrupar en dos grandes grupos denominados: sistemas sismo resistentes (son los más utilizados hoy en día), y los sistemas de control pasivo (empiezan a tener gran auge debido a las grandes catástrofes sísmicas de los últimos años).

A) SISTEMAS SISMORRESISTENTES



hablando del caso de los hospitales.

Las ondas sísmicas “entran” en el edificio.

Se dota a la estructura de “suficiente resistencia” para soportar los esfuerzos sísmicos.

La energía sísmica no desaparece hasta transformarse en movimiento, deformación, rotura o calor.

Entre estos sistemas se encuentran los sistemas clásicos de marcos de vigas y columnas de concreto y acero, sistemas de masa y sistemas estructurales mixtos, cabe señalar que estos sistemas en muchas ocasiones funcionan a la perfección, pero sin embargo tienen el inconveniente de que el mobiliario o el equipo al interior del edificio sufre daño permanente y en muchas de las ocasiones este equipo puede superar el valor del edificio,

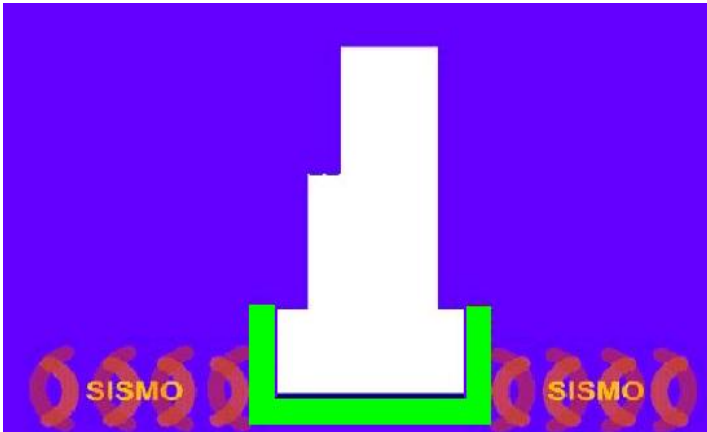
B) SISTEMAS DE CONTROL

PASIVO

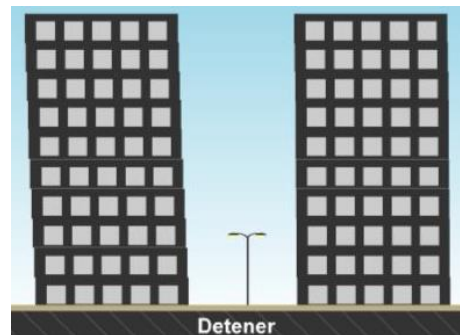
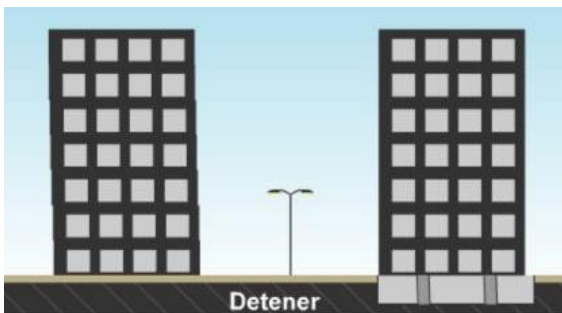
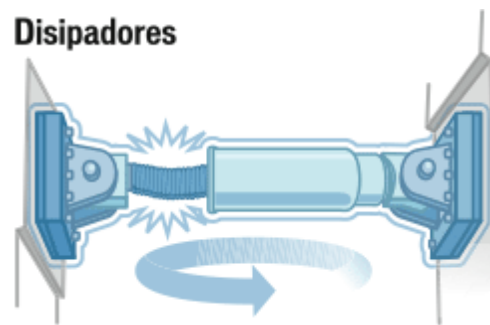
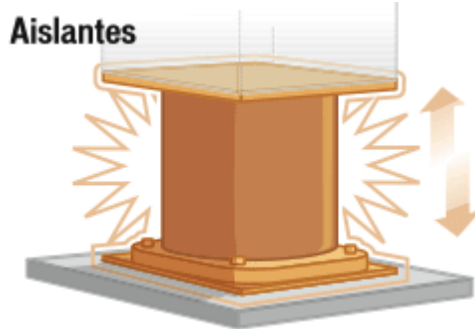
Evitan que la energía sísmica “penetre” en el edificio

Se basan en la amortiguación de las ondas sísmicas

Lo componen complejos mecanismos de elevado coste



Este tipo de sistemas previene el colapso del edificio y se encuentra dividido en dos tipos los sistemas pasivos aislantes, que son colocados entre las columnas y las trabes de la edificación para que funcionen en caso de que se presente un sismo de tipo trepidatorio, y los sistemas pasivos disipadores, que son ubicados entre las estructuras para evitar daños a estas en caso de un sismo oscilatorio.



Estructura fija

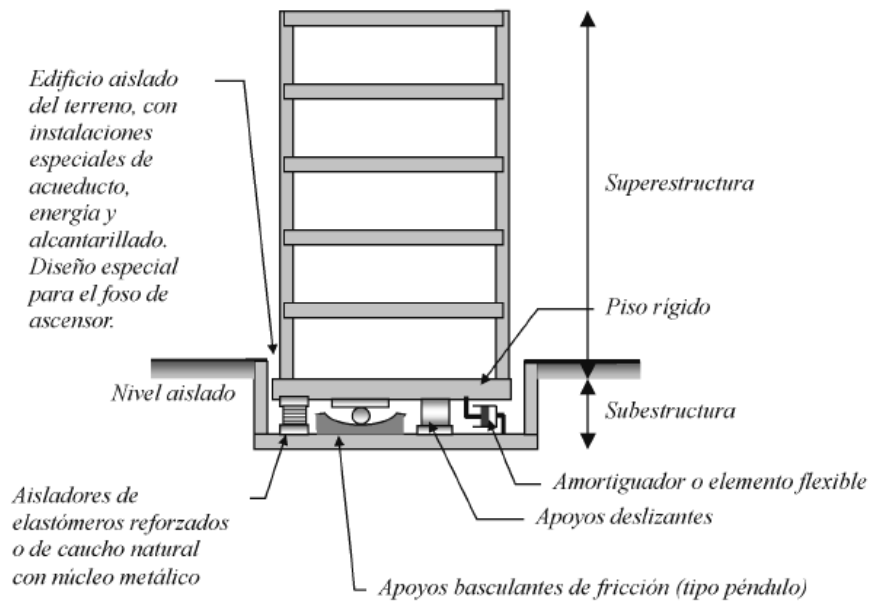
Estructura aislada

Estructura sin disipación

Estructura con disipación

Con la aislación se busca desacoplar a la estructura del movimiento sísmico y con ello se logra reducir las aceleraciones hasta 8 veces, reducir las deformaciones relativas entre los pisos de 4 a 7 veces, concentrar la demanda sísmica en la interfaz de los aisladores.

Mientras que con la disipación se busca reducir la demanda sísmica en la estructura mediante la incorporación de amortiguamiento y rigidez, y con ello se logra controlar las deformaciones de la estructura, reducir las aceleraciones, concentrar en los disipadores y no en la estructura la demanda de absorción de energía y el posible daño producido por un evento sísmico.



En la figura de al lado se muestran los diferentes tipos de aislantes sísmicos de control pasivo existentes en el mercado. A continuación se hace una descripción de cada uno de estos elementos.

AISLADORES

ELASTOMERICOS

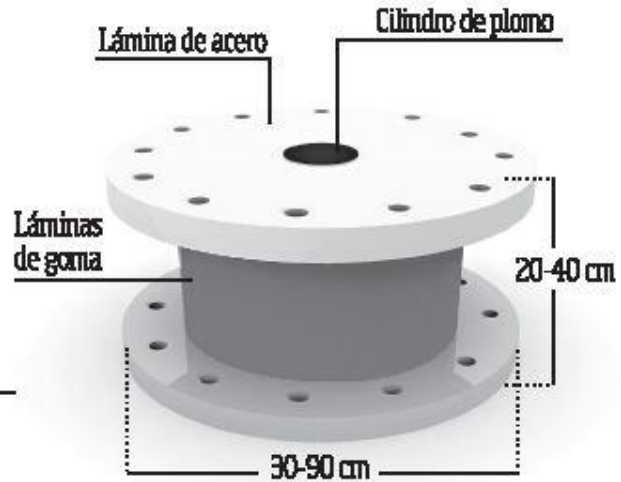
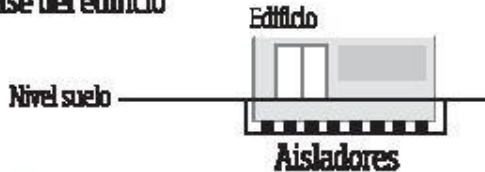
Está formado por un conjunto de láminas planas de goma intercaladas por placas planas de acero adheridas a la goma y cubierto en sus extremos superior e inferior por dos placas de acero en las cuales se conecta con la superestructura en su parte superior y la fundación en su parte inferior.



Aisladores

Cada aislador está formado por láminas de goma intercaladas con láminas de acero, lo que le da una rigidez similar a la que presenta una columna de hormigón armado.

Están situados en la base del edificio



Cómo funcionan

1 El aislador une la estructura con su cimiento que está pegado en la tierra.



2 Cuando ocurre un sismo, la parte inferior del aislador se deforma junto con el terreno, pero la de arriba se mantiene casi quieta.



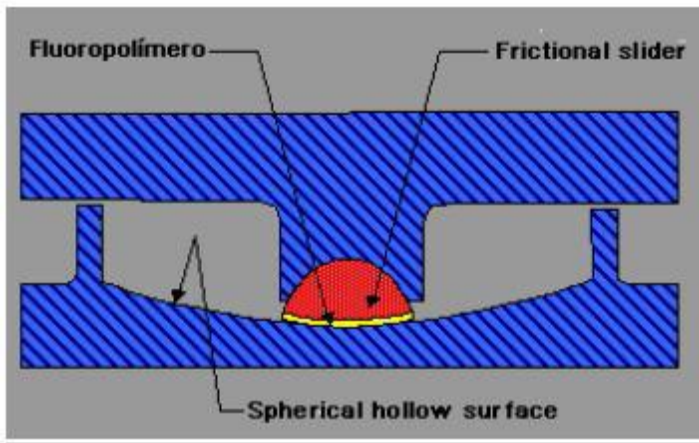
AISLADORES FRICCIONALES

El dispositivo conocido como péndulo friccional (FPS) consiste en un "deslizador" que se mueve sobre una superficie esférica cóncava. Cualquier movimiento de la base producirá un desplazamiento del "deslizador" a lo largo de esta superficie disipando energía por fricción. Como este desplazamiento ocurre sobre una superficie curva la fuerza vertical transmitida por el "deslizador" provee una componente tangencial que tiende a centrar al sistema.



El "deslizador" es de forma lenticular esférico de modo que un área de este está en contacto con la superficie cóncava y no un solo punto, como sería el caso de un deslizador friccional enteramente esférico. Esto evita que la superficie esférica de acero se raye e impida el desplazamiento libre del aislador.

El "deslizador" está recubierto con fluoropolímero de alta resistencia, lo que permite trabajar con presiones de diseño cercanas a los 500 Kg/cm².



Por último el FPS puede ser colocado tanto en su posición basal como invertida, mejorando así la posibilidad de mantener limpia la superficie esférica a pesar de que existe un sello de goma alrededor del aislador que evita el ingreso de polvo y agua.

AISLADORES DESLIZADORES



Dispositivo en que la disipación de energía se logra mediante la fricción seca entre superficies de materiales distintos, como por ejemplo fluoropolímero y acero.

AISLADORES PRETENSADOS

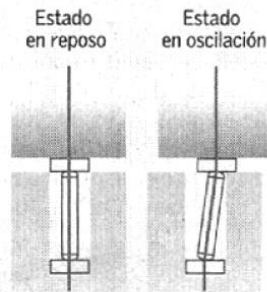
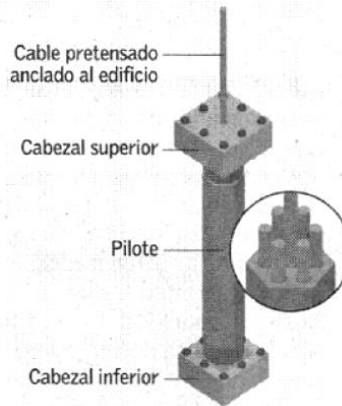
Es un aislador construido por la Pontificia Universidad Católica de Chile, para construcciones que no superen los 2 pisos, el soporte va enterrado a la tierra y su diseño incluye un cable pretensado anclado al edificio, un cabezal superior, en el centro un pilote y un cabezal inferior.

AISLADOR PRETENSADO (patente PUC)

Construcción de hasta 2 pisos.



Zona liberada de construcción para la oscilación del edificio en caso de sismo.



Este tipo de soporte va enterrado en la tierra.

DISIPADORES HISTERETICOS



Están basados en unas “equis” estructurales que en su centro cuentan con piezas metálicas flexibles, que reducen la oscilación del edificio en caso de sismo.

Los disipadores histeréticos incluyen los disipadores metálicos y los disipadores friccionantes, y dependen esencialmente de los desplazamientos de la estructura.

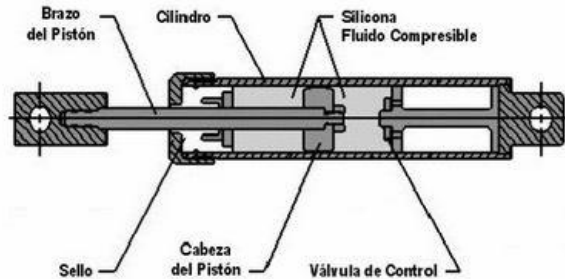
Los disipadores metálicos están basados en la fluencia de los metales debido a flexión, corte, torsión, o extrusión.

Los disipadores friccionantes son dispositivos que disipan la energía mediante las fuerzas de fricción que se presentan por el desplazamiento relativo entre dos placas en contacto.

DISIPADORES VISCOELASTICOS

Los disipadores viscoelásticos incluyen los sistemas de sólidos viscoelásticos, fluidos viscoelásticos, y los disipadores fluido-viscosos.

Los dispositivos viscoelásticos dependen esencialmente de la velocidad. Los disipadores viscoelásticos sólidos están constituidos por una capa de material viscoelástico ubicada entre dos placas de acero, usualmente acopladas a los arriostres que conectan los extremos del entrepiso.



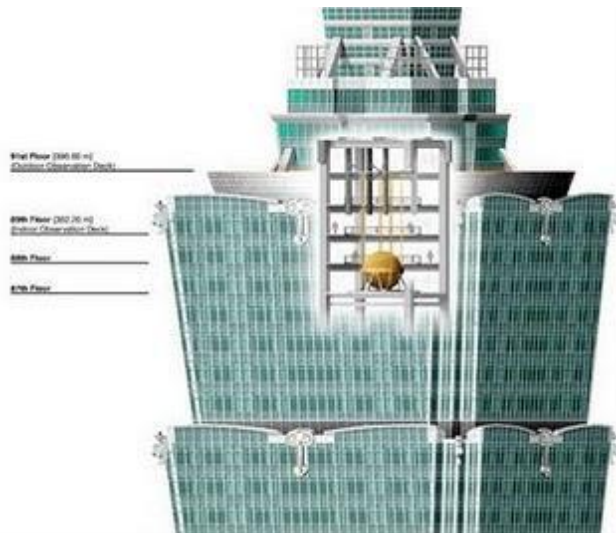
Los dispositivos viscoelásticos líquidos disipan la energía por medio de las deformaciones inducidas por un pistón en una sustancia altamente viscosa.

Los disipadores fluido-viscosos son dispositivos que disipan energía forzando el flujo de un fluido a través de un orificio.

Estos dispositivos son similares a los amortiguadores de un automóvil, pero operan con un mayor nivel de fuerzas y son fabricados con materiales más durables para lograr un mayor tiempo de vida útil.

PENDULO OSCILATORIO

Como sistema de amortiguación, puede presentarse el concepto de suspender un péndulo oscilatorio. El edificio Taipei, cuenta con un gigantesco amortiguador suspendido, en forma de esfera, el cual toma la altura de cuatro pisos, trabajando en forma constante para prevenir que el edificio colapse por sismo o viento.



Esta masa, de 730 toneladas, es un evento cuando se encuentra estática, pero impresiona aún más al actuar durante sismos, cuando oscila contrarrestando el desplazamiento producido por el sismo.

RESORTES HELICOIDALES



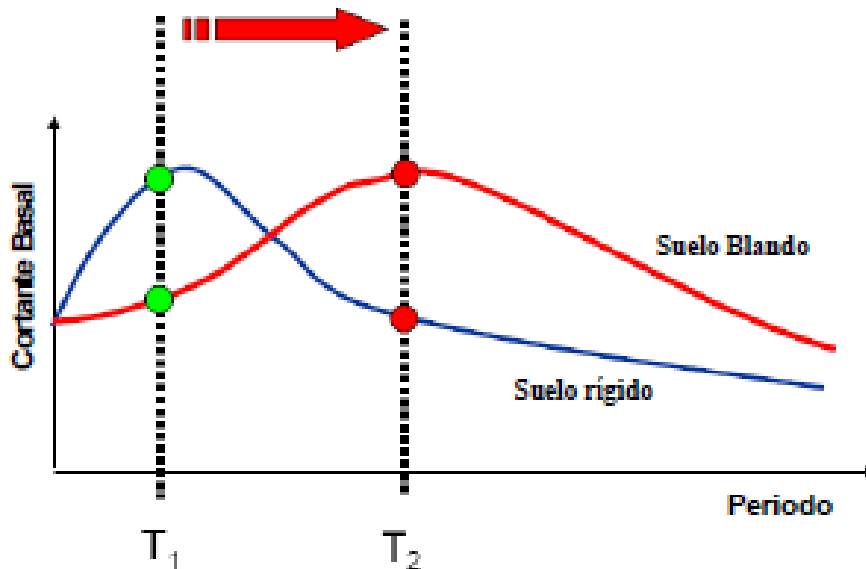
A diferencia de los sistemas de aislamiento flexibles sólo en la dirección horizontal, el sistema con resortes es también flexible en la dirección vertical. Esto cambia la respuesta del edificio, de un movimiento que, en el caso de un aislamiento tradicional se puede aproximar a uno de cuerpo rígido horizontal, a un movimiento similar pero incluyendo una componente de pendulación o rocking.

III.- DEFINICION DEL PROBLEMA

Los sismos son generadores de pérdidas incalculables, por lo cual, hasta el momento no existen los mecanismos con una precisión que ayuden a prevenirlos.

La mayor parte de las pérdidas económicas se deben a los daños en las estructuras. Sin embargo existe un costo adicional, ocasionado por las pérdidas de instalaciones y equipamiento de los inmuebles, adicionalmente existe el costo por la interrupción de las funciones dentro del edificio.

VII.- LIMITACIONES



El aislamiento sísmico incrementa la fuerza en suelos blandos



La aplicación de este sistema ocupa de mano de obra capacitada.

VIII.- VENTAJAS COMPETITIVAS

- Alta eficacia contra los efectos de los terremotos
- Protegen al edificio y a sus habitantes
- Aportan mayor seguridad y durabilidad al edificio
- Sistema económico respecto a otros sistemas de aislamiento sísmico

2.- BASE TEORICA DEL AISLAMIENTO SISMICO

2.1.- Introducción

La teoría lineal del aislamiento de base ha sido explicada en detalle por Naeim y Kelly quienes han sido de los personajes más representativos en el desarrollo de la teoría en torno a este tema sin embargo otros autores han contribuido también significativamente, a simplificar de cierta manera la teoría desarrollada por estos.

En este capítulo se presentara la teoría que ha sido desarrollada en torno a este Tema.

Para el desarrollo de las bases de la teoría se analizara un edificio de un nivel del cual se pueden tomar dos idealizaciones:

La primera idealización es suponer un cuerpo rígido con una masa " m " sobre un sistema de aislamiento, este sistema tiene una rigidez " kb " y un amortiguamiento " cb " (figura 2.1).

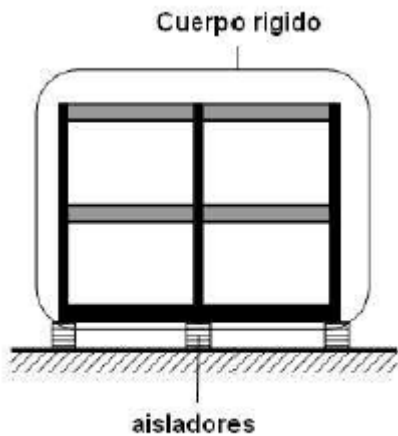


Figura 2.1
Cuerpo rígido y Aisladores

□ La segunda idealización que podemos hacer es la de un sistema de 2 masas, una masa " m " localizada en el primer piso de la estructura y una masa " m_b " localizada en la base del edificio. La superestructura tiene una rigidez " ks " y un amortiguamiento " cs " el sistema de aislamiento tiene una rigidez " kb " y un amortiguamiento " cb " (figura 2.2).

A partir de estas definiciones básicas se desarrollará también la teoría para

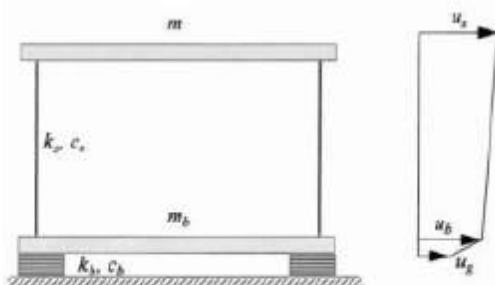


Figura 2.2
Sistema de masas y aisladores

edificios de " n " niveles. Se ha escogido la primera idealización ya que la laboriosidad matemática y el aspecto físico del fenómeno son más amenos. James Kelly y Farzard Naeim en el libro "Design of seismic isolated structures from theory to practice" desarrollan la teoría en base a la segunda idealización.

1.2.- Teoría Lineal – Ecuaciones de movimiento de un grado de libertad

En esta sección se trabajara en la teoría que ha sido desarrollado alrededor del sistema mostrado en la *figura 2.1*, como se había mencionado anteriormente el sistema se idealiza como masa rígida unida al sistema de aislamiento.

A la vez esto lo podemos idealizar como un sistema de masa resorte como el mostrado en la Figura 2. 3 esta representación es más familiar y simple de resolver desde el punto de vista matemático, cabe mencionar y recalcar que esta aproximación es válida y puede ser considerada exacta solamente para los casos donde el periodo de la estructura empotrada es mucho menor que el periodo de la estructura aislada.

La ecuación que describe el movimiento de este sistema basado en las condiciones de equilibrio es:

$$m\ddot{u} + c_b(\dot{u} - \dot{x}_g) + k_b(u - x_g) = 0 \quad 2-1$$

Para simplificar aún más esta ecuación introducimos el desplazamiento relativo.

$$x = u - x_g$$

$$u = x + x_g$$

La frecuencia angular de donde se despeja.

$$k_b \quad \omega_b = \sqrt{k_b/m} \quad k_b = \omega_b^2 m$$

Y un coeficiente de amortiguamiento de donde se despeja c_b

$$\beta_b = c_b/2\omega_b m \quad c_b = \beta_b 2\omega_b m$$

Si reescribimos la ecuación 2.1 encontramos que tiene una forma muy familiar, es la misma de ecuación del movimiento para un sistema que se somete a movimiento del terreno.

$$m\ddot{x} + c_b\dot{x} + k_b x = -m\ddot{x}_g \quad 2-2$$

Como podemos ver esto es una ecuación diferencial no homogénea de segundo orden para resolver esta ecuación dividimos entre “m”.

$$\ddot{x} + 2\omega_b\beta_b\dot{x} + \omega_b^2x = -\ddot{x}_g \quad 2-3$$

Aplicando el método de variación de parámetro para resolver esta ecuación diferencial vamos a encontrar en el desarrollo de la ecuación el componente de la

frecuencia amortiguada representado por $\bar{\omega}_b = \omega_b\sqrt{1 - \beta_b^2}$, la solución general de la ecuación es:

$$x(t) = C_1(t)e^{-\beta_b\omega_b t} \text{sen}\bar{\omega}_b t + C_2(t)e^{-\beta_b\omega_b t} \text{cos}\bar{\omega}_b t \quad 2-4$$

$C_1(t)$ y $C_2(t)$ son seleccionadas a propósito para que cumplan las siguientes condiciones:

$$\dot{C}_1(t)e^{-\beta_b\omega_b t} \text{sen}\bar{\omega}_b t + \dot{C}_2(t)e^{-\beta_b\omega_b t} \text{cos}\bar{\omega}_b t = 0 \quad 2-5$$

Derivando la ecuación 2-4 encontramos las siguientes relaciones entre $\dot{C}_1(t)$ y $\dot{C}_2(t)$

$$\begin{aligned} & \dot{C}_1(t)e^{-\beta_b\omega_b t} (\bar{\omega}_b \text{cos}\bar{\omega}_b t - \beta_b\omega_b \text{sen}\bar{\omega}_b t) \\ & - \dot{C}_2(t)e^{-\beta_b\omega_b t} (\omega_b \text{sen}\bar{\omega}_b t + \beta_b\omega_b \text{cos}\bar{\omega}_b t) = 0 \end{aligned} \quad 2-6$$

Resolviendo las ecuaciones 2.5 y 2.6 obtenemos los valores de los coeficientes $\dot{C}_1(t)$ y $\dot{C}_2(t)$

$$\dot{C}_1(t) = -\frac{1}{\bar{\omega}_b} \ddot{x}_g(t) e^{\beta_b\omega_b t} \text{cos}\bar{\omega}_b t \quad 2-7$$

$$\dot{C}_2(t) = \frac{1}{\bar{\omega}_b} \ddot{x}_g(t) e^{\beta_b\omega_b t} \text{sen}\bar{\omega}_b t \quad 2-8$$

Integrando las ecuaciones 2-7 y 2-8 obtenemos $C_1(t)$ y $C_2(t)$

$$\dot{C}_1(t) = -\frac{1}{\bar{\omega}_b} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{\beta_b\omega_b \tau} \text{cos}\bar{\omega}_b \tau d\tau + C_1 \quad 2-9$$

$$\dot{C}_2(t) = \frac{1}{\bar{\omega}_b} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{\beta_b\omega_b \tau} \text{sen}\bar{\omega}_b \tau d\tau + C_2 \quad 2-10$$

Aquí C_1 y C_2 constantes independientes del tiempo "t" si sustituimos los valores de $C_1(t)$ y $C_2(t)$ en la ecuación 2-4, el movimiento de la estructura aislada sísmicamente puede ser expresada en términos de la integral de Duhamel, aquí se presenta la solución completa de la ecuación 2-3.

$$x(t) = e^{-\beta_b \omega_b t} (C_1 \text{sen} \bar{\omega}_b t + C_2 \text{cos} \bar{\omega}_b t) - \frac{1}{\bar{\omega}_b} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\beta_b \omega_b \tau} \text{sen} \bar{\omega}_b (t - \tau) d\tau \quad 2-11$$

Dadas las condiciones iniciales de que no existe movimiento y velocidad en el instante que inicia un sismo decimos que $C_1 = C_2 = 0$ de esta manera la ecuación 2-11 se simplifica y solo queda expresada en función de la integral de Duhamel.

$$x(t) = -\frac{1}{\bar{\omega}_b} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\beta_b \omega_b (t-\tau)} \text{sen} \bar{\omega}_b (t - \tau) d\tau \quad 2-12$$

Siguiendo con el desarrollo de esta ecuación hacemos la suposición de que el sistema no usa sistemas de amortiguamiento, para la mayoría de los sistemas aislados que no usan sistemas de amortiguamiento el coeficiente de amortiguamiento normalmente no excede el 20% del amortiguamiento crítico. Por lo tanto los efectos de $\sqrt{1 - \beta_b^2}$ podemos decir que son despreciables, dicho esto podemos reemplazar la frecuencia amortiguada $\bar{\omega}_b$ por la frecuencia natural ω_b y así podemos reescribir la ecuación 2-12.

$$x(t) = -\frac{1}{\omega_b} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\beta_b \omega_b (t-\tau)} \text{sen} \omega_b (t - \tau) d\tau \quad 2-13$$

El valor máximo absoluto de la porción de la integral de la ecuación 2-13 se define como la pseudo – velocidad y está representado por la siguiente ecuación.

$$S_V = \left| \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\beta_b \omega_b (t-\tau)} \text{sen} \omega_b (t - \tau) d\tau \right|_{max} \quad 2-14$$

El desplazamiento espectral, SD, se relaciona con la pseudo – velocidad a través de la frecuencia natural y lo podemos ver a través de la siguiente ecuación.

$$S_V = \omega_b S_D \quad 2-15$$

Bajo la misma suposición de que el sistema tiene un coeficiente de amortiguamiento, β_b , menor que 20% del amortiguamiento crítico, se puede establecer una relación entre la pseudo – aceleración, SA, y el desplazamiento espectral, SD, pueden ser representados por la siguiente ecuación.

$$S_A = \omega_b^2 S_D$$

2-16

El desplazamiento del terreno, $\ddot{x}_g(t)$, tiene que ser un dato conocido para poder relacionar en función de la frecuencia natural, ω_b , y el coeficiente de amortiguamiento, β_b , los valores de SD, SV y SA.

2.3.- Ecuaciones de movimiento para múltiples grados de libertad.

En la *figura 2.4* podemos ver una estructura de varios niveles la cual se encuentra aislada sísmicamente.

Definimos el movimiento en el nivel del techo como “n”.

Este edificio de varios niveles puede ser representado de manera idealizada como un sistema de masa – resorte de varios grados de libertad como se muestra en la *figura 2.5*.

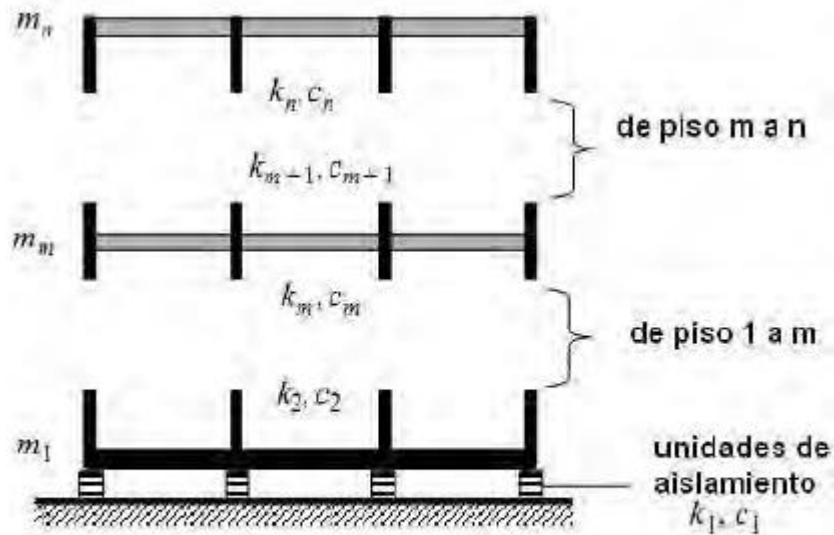


Figura 2. 4
Sistema de múltiples grados de libertad

Las ecuaciones se desarrollan a partir de este modelo.

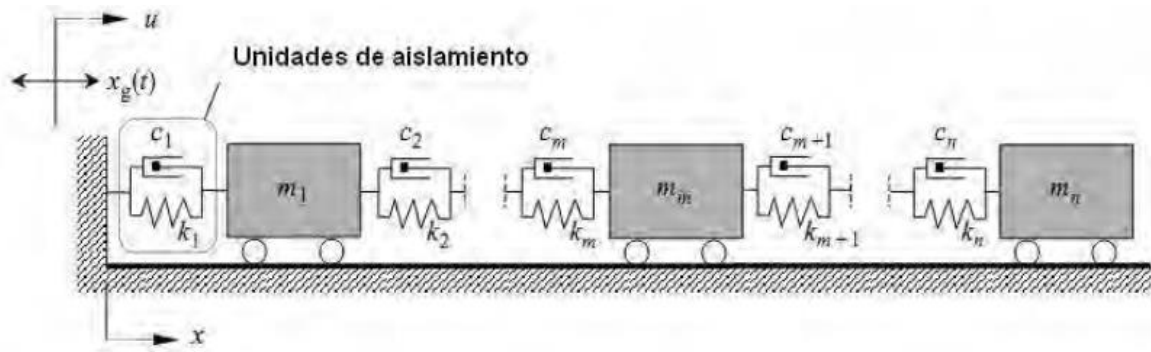


Figura 2. 5
Idealización de un sistema de múltiple grados de libertad

A partir de las condiciones de equilibrio, la siguiente ecuación representa el movimiento en el nivel de techo, n,

$$m_n \ddot{u}_n + c_n (\dot{u}_n - \dot{u}_{n-1}) + k_n (u_n - u_{n-1}) = 0 \quad 2-17$$

Donde

m_n = Masa en el techo

c_n = Coeficiente de amortiguamiento

k_n = Rigidez de piso entre el techo y el piso abajo del techo

u_n = Techo

u_{n-1} = Piso debajo del techo.

Estos dos últimos representan la deriva del techo y el del nivel piso abajo del techo. Aplicando la misma metodología, la ecuación del movimiento en el piso “m” se expresa como sigue

$$m_m \ddot{u}_m + c_m (\dot{u}_m - \dot{u}_{m-1}) - c_{m+1} (\dot{u}_{m+1} - \dot{u}_m) + k_m (u_m - u_{m-1}) - k_{m+1} (u_{m+1} - u_m) = 0 \quad 2-18$$

Donde:

m_m = Masa del piso m

c_{m+1} = Coeficiente de amortiguamiento entre el piso m+1 y el piso m

c_m = Coeficiente de amortiguamiento entre el piso m y m-1

k_{m+1} = Rigidez de piso entre el piso m+1 y el piso m

k_m = Rigidez de piso entre el piso m y m-1 .

Al nivel inmediatamente arriba del sistema de aislamiento (la losa) se le llama piso 1, considerando el movimiento del terreno, , la ecuación del movimiento puede ser escrita como

$$m_1 \ddot{u}_1 + c_1(\dot{u}_1 - \dot{x}_g) - c_2(\dot{u}_2 - \dot{x}_g) + k_1(u_1 - x_g) - k_2(u_2 - u_1) = 0 \quad 2-19$$

Donde

m_1 = Masa en el piso 1

c_1 = Coeficiente de amortiguamiento del sistema de aislamiento

k_1 = Rigidez del sistema de aislamiento

c_2 = Coeficiente de amortiguamiento entre piso 2 y 1

k_2 = Rigidez entre piso 2 y 1

u_1 = Desplazamiento en el nivel 1

u_2 = Desplazamiento en el nivel 2

Introduciendo el desplazamiento relativo, x_m , que servirá para relacionar el desplazamiento entre cada piso y el movimiento del terreno. El desplazamiento relativo.

Haciendo esto las ecuaciones 2-20, 2-20 y 2-21 cambian un poco y las podemos reescribir de la siguiente manera

$$m_n \ddot{x}_n + c_n(\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) - k_n(x_n - x_{n-1}) = -m_n \ddot{x}_g \quad 2-20$$

$$m_m \ddot{x}_m + c_m(\dot{x}_m - \dot{x}_{m-1}) - c_{m+1}(\dot{x}_{m+1} - \dot{x}_m) + k_m(x_m - x_{m-1}) - k_{m+1}(x_{m+1} - x_m) = -m_m \ddot{x}_g \quad 2-21$$

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_1 x_1 - k_2(x_2 - x_1) = -m_1 \ddot{x}_g \quad 2-22$$

Expresando estas ecuaciones en forma matricial pueden escribirse así

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = -\ddot{x}_g [M]\{1\} \quad 2-23$$

La matriz de masa $[M]$ es simétrica y es como se define aquí

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ & & \ddots & \vdots & \\ & & & m_m & \dots & 0 & 0 \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & m_{n-1} & \\ & & & & & & m_n \end{bmatrix} \quad 2-24$$

La matriz de amortiguamiento $[C]$ es simétrica y es como se define aquí

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 \\ & c_2 + c_3 & 0 & 0 & 0 \\ & & \ddots & \vdots & \\ & & & c_m + c_{m+1} & \dots & 0 & 0 \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & c_{n-1} + c_n & -c_n \\ & & & & & & c_n \end{bmatrix} \quad 2-25$$

La matriz de rigidez $[K]$ es simétrica y es como se define aquí

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\ & k_2 + k_3 & 0 & 0 & 0 \\ & & \ddots & \vdots & \\ & & & k_m + k_{m+1} & \dots & 0 & 0 \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & k_{n-1} + k_n & -k_n \\ & & & & & & k_n \end{bmatrix} \quad 2-26$$

En la ecuación 2-23 $\{1\}$ es un vector unitario de dimensión $1 \times n$, $\{x\}$, $\{\dot{x}\}$, $\{\ddot{x}\}$, representan el vector del desplazamiento relativo, el vector de velocidad y el vector de aceleración de la estructura aislada sísmicamente

$$\{x\}^T = \{x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_m \quad \dots \quad x_{n-1} \quad x_n\} \quad 2-27$$

$$\{\dot{x}\}^T = \{\dot{x}_1 \quad \dot{x}_2 \quad \dots \quad \dot{x}_m \quad \dots \quad \dot{x}_{n-1} \quad \dot{x}_n\} \quad 2-28$$

$$\{\ddot{x}\}^T = \{\ddot{x}_1 \quad \ddot{x}_2 \quad \dots \quad \ddot{x}_m \quad \dots \quad \ddot{x}_{n-1} \quad \ddot{x}_n\} \quad 2-29$$

Dejamos que el desplazamiento relativo sea expresado como vector de respuesta generalizado definido aquí como, $\{x'\}$ haciendo esto la ecuación 2-27 se vuelve

$$\{x\} = [\Phi]\{x'\} \quad 2-30$$

Donde $[\Phi]$ es la matriz modal

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \phi_{1,1} & \phi_{1,2} & \dots & \phi_{1,m} & \dots & \phi_{1,n-1} & \phi_{1,n} \\ \phi_{2,1} & \phi_{2,2} & \dots & \phi_{2,m} & \dots & \phi_{2,n-1} & \phi_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \phi_{m,1} & \phi_{m,2} & \dots & \phi_{m,m} & \dots & \phi_{m,n-1} & \phi_{m,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \phi_{n-1,1} & \phi_{n-1,2} & \dots & \phi_{n-1,m} & \dots & \phi_{n-1,n-1} & \phi_{n-1,n} \\ \phi_{n,1} & \phi_{n,2} & \dots & \phi_{n,m} & \dots & \phi_{n,n-1} & \phi_{n,n} \end{bmatrix} \quad 2-31$$

Derivando la ecuación 2-30 resulta en

$$[[M]][\Phi]\{\ddot{x}'\} + [C][\Phi]\{\dot{x}'\} + [K][\Phi]\{x'\} = -\ddot{x}_g [M]\{1\} \quad 2-32$$

Pre multiplicando y dividiendo ambos lados de la ecuación 2-32 por $[\Phi]^T$ y $[\Phi]^T [M] [\Phi]$ respectivamente, la ecuación del movimiento se vuelve

$$\{\ddot{x}'\} + \frac{[\Phi]^T [C] [\Phi]}{[\Phi]^T [M] [\Phi]} \{\dot{x}'\} + \frac{[\Phi]^T [K] [\Phi]}{[\Phi]^T [M] [\Phi]} \{x'\} = -\ddot{x}_g \frac{[M]\{1\}[\Phi]^T}{[\Phi]^T [M] [\Phi]} \quad 2-33$$

Si definimos el cociente de amortiguamiento en cada modo como para $m=1$ hasta n . Entonces podemos escribir $\beta_m = \frac{c_m}{2\omega_m m_m}$

$$\frac{[\Phi]^T[C][\Phi]}{[\Phi]^T[M][\Phi]} = \begin{bmatrix} 2\beta_1\omega_1 & & & 0 & & 0 & & 0 \\ & 2\beta_2\omega_2 & & 0 & & 0 & & 0 \\ & & \ddots & \vdots & & & & \\ & & & 2\beta_m\omega_m & \dots & 0 & & 0 \\ & & & & \ddots & & & \\ & & & & & 2\beta_{n-1}\omega_{n-1} & & \\ & & & & & & 2\beta_n\omega_n & \end{bmatrix} = [2\omega_b\beta_b] \quad 2-34$$

Donde

$[2\omega_b\beta_b]$ = matriz diagonal de dimensiones nxn.

Debido a la diferencia de amortiguamiento que existe entre el amortiguamiento del sistema de aislamiento y el de la estructura por encima de la interfaz de aislamiento (*siendo mayor el amortiguamiento del sistema de aislamiento*) se da algo que se conoce como amortiguamiento no clásico, esto causa que las ecuaciones del amortiguamiento que normalmente en forma matricial las encontramos como una matriz diagonal tenga componentes fuera de la diagonal,

según esto, $[\Phi]^T[C][\Phi]([\Phi]^T[M][\Phi])^{-1} \neq [2\omega_b\beta_b]$

Sin embargo para valores de amortiguamiento, *del sistema de aislamiento, no mayores del 20%* se ha demostrado que los efectos del amortiguamiento de los componentes fuera de la diagonal son prácticamente despreciables para la mayoría de las estructuras.

Por lo tanto asumimos que los cocientes de amortiguamiento pueden ser desacoplados como se muestra en la ecuación 2-34.

Además se logra también una rigidez diagonal, $[\omega^2]$, basada en las propiedades del sistema estructural

$$\frac{[\Phi]^T[K][\Phi]}{[\Phi]^T[M][\Phi]} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & 0 & & 0 & & 0 \\ & \omega_2^2 & & 0 & & 0 & & 0 \\ & & \ddots & \vdots & & & & \\ & & & \omega_m^2 & \dots & 0 & & 0 \\ & & & & \ddots & & & \\ & & & & & \omega_{n-1}^2 & & \\ & & & & & & \omega_n^2 & \end{bmatrix} = [\omega^2] \quad 2-35$$

Del lado derecho de la ecuación 2-33 se define un factor de participación modal, Γ ,

$$\Gamma = \frac{[M]\{1\}[\Phi]^T}{[\Phi]^T[M][\Phi]} \quad 2-36$$

El factor de participación puede ser escrito como

$$\Gamma = \{\Gamma_1 \quad \dots \quad \Gamma_m \quad \dots \quad \Gamma_n\}^T \quad 2-37$$

Donde

Γ_m = representa el m-esimo modo del factor de participación

Suponiendo que las ecuaciones 2-34, 2-35 y 2-36 cumplen con las condiciones de ortogonalidad la ecuación 2-33 puede ser expresada como una ecuación desacoplada y puede reescribirse como sigue

$$\{\ddot{x}'_m\} + [2\beta\omega]\{\dot{x}'\} + [\omega^2]\{x'\} = -\Gamma\ddot{x}_g \quad 2-38$$

Esta ecuación es muy parecida a la ecuación 2-3, la cual es para un sistema de un grado de libertad, sin embargo, esta ecuación es para sistemas de "n" grados de libertad y puede ser resuelta separadamente para cada m-esimo modo de vibración

$$\{\ddot{x}'_m\} + [2\beta\omega]\{\dot{x}'\} + [\omega^2]\{x'\} = -\Gamma\ddot{x}_g = -\ddot{x}_g \frac{[M]\{1\}[\Phi]^T}{[\Phi]^T[M][\Phi]} \quad 2-39$$

Donde $[\Phi]^T_m = \{\phi_{1,m} \quad \dots \quad \phi_{m,m} \quad \dots \quad \phi_{n,m}\}$. Aplicando la Integral de Duhamel la solución de la ecuación 2-38 es obtenida para cada piso de la estructura aislada sísmicamente, lo que nos lleva a la siguiente ecuación

$$x'_m(t) = -\frac{1}{\bar{\omega}_m} \Gamma_m \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\beta_b \omega_b(t-\tau)} \text{sen} \bar{\omega}_m(t-\tau) d\tau \quad m = 1, \dots, n \quad 2-40$$

Podemos definir $\bar{\omega}_m = \omega_m \sqrt{1 - \beta_m^2}$ es la *frecuencia amortiguada* para el m-ésimo modo, como habíamos comentado en secciones anteriores el factor

$\sqrt{1 - \beta_m^2}$ es despreciable para la mayoría de las estructuras aisladas que no usan dispositivos de amortiguamiento, se procede de igual manera a usar la frecuencia natural, ω_m , dado que es aproximadamente lo mismo que la amortiguada. De esta manera la ecuación 2-40 se simplifica y se expresa de la siguiente manera

$$x'_m(t) = -\frac{1}{\omega_m} \Gamma_m \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\beta_b \omega_b(t-\tau)} \text{sen} \omega_m(t-\tau) d\tau \quad m = 1, \dots, n \quad 2-41$$

A través de la resolución de la ecuación 2-41 obtenemos el vector de respuesta generalizado definido anteriormente como $\{x'\}$, una vez hecho esto el vector de desplazamiento relativo, $\{x\}$ puede ser determinado de la ecuación 2-30. El vector de velocidad, y de aceleración representados como $\{\dot{x}\}$ y $\{\ddot{x}\}$ respectivamente, pueden ser derivados como se muestra.

$$\{\dot{x}\} = [\Phi] \{\dot{x}'\} \quad 2-42$$

$$\{\ddot{x}\} = [\Phi] \{\ddot{x}'\} \quad 2-43$$

El procedimiento que ha sido descrito en estas páginas es lo que se conoce como *método de superposición de desplazamientos modales* es normalmente utilizado para estructuras convencionales que se encuentran empotradas al terreno pero ha demostrado que es aplicable también para sistemas de múltiples grados de libertad de estructuras aisladas sísmicamente que no presenten amortiguamientos mayores del 20%.

Más adelante dentro de este mismo documento se explica un ejemplo utilizando los principios aquí expuestos.

3.- CARACTERISTICAS MECANICAS Y MODELO BILINEAL DE AISLADORES ELASTOMERICOS, PANDEO LATERAL Y DESPLAZAMIENTO CRÍTICO.

Las ecuaciones del movimiento que se han desarrollado en el capítulo 2, están definidas bajo la suposición de una rigidez y amortiguamiento efectivo en el sistema de aislamiento. Así también se supone la rigidez lineal de la estructura soportada por los aisladores.

Si las condiciones anteriores se cumplen podemos encontrar una relación lineal ante una fuerza sísmica que afecte el sistema. Sin embargo, en la mayoría de los casos encontramos condiciones tales como; configuraciones estructurales complejas, suelo muy suave, cercanía a fallas activas todos estos factores impiden que un análisis lineal represente con precisión el desempeño de la estructura.

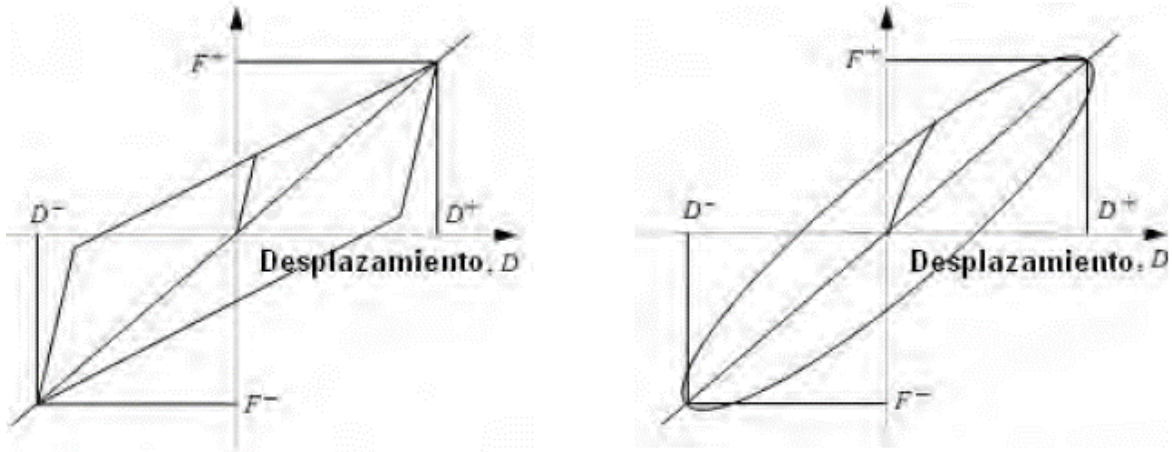
Para superar estas limitaciones del análisis lineal se ha incorporado las propiedades mecánicas de los aisladores en el procedimiento analítico lo cual nos lleva a un análisis no lineal.

La no linealidad en la estructura proviene de dos fuentes

- Deformación inelástica de la superestructura
- Altas deformaciones en el sistema de aislamiento

Sin embargo debido a que la superestructura es mucho más rígida que el sistema de aislamiento, las deformaciones se dan principalmente en el sistema de aislamiento, y podemos decir que la superestructura tendrá una respuesta lineal. Con esta suposición, en la práctica de diseño solo se consideran las propiedades no lineales de los aisladores las cuales representan de manera bastante precisa el comportamiento de la estructura aislada.

Para hacer un uso seguro de los aisladores las propiedades mecánicas de diferentes tipos de aisladores han sido investigadas intensamente. Para poder representar el comportamiento histerético y viscoelástico de estos mismos, se han elaborado varios tipos de modelos matemáticos como los mostrados en las figuras 4-1 y 4-2



Para el modelo histerético se encontró que las propiedades de los aisladores eran **independientes de la velocidad**. En este modelo los desplazamientos máximos y mínimos ocurren al cortante máximo y mínimo respectivamente. Para el modelo viscoelástico se encontró que las propiedades de los aisladores eran **dependientes de la velocidad**.

Aquí los cortantes máximos y mínimos ocurren antes de los desplazamientos máximos y mínimos respectivamente.

Sin embargo el modelo que ha sido más aceptado para la investigación y el diseño es el modelo bilineal, esto se debe a que caracteriza las propiedades mecánicas de los aisladores adecuadamente pero también a que es válido tanto para aisladores elastoméricos como para aisladores de fricción.

La determinación de un modelo bilineal se inicia definiendo tres parámetros básicos, según las propiedades de cada tipo de aislador cabe resaltar que se ocupan ecuaciones específicas para calcular cada uno de los parámetros básicos.

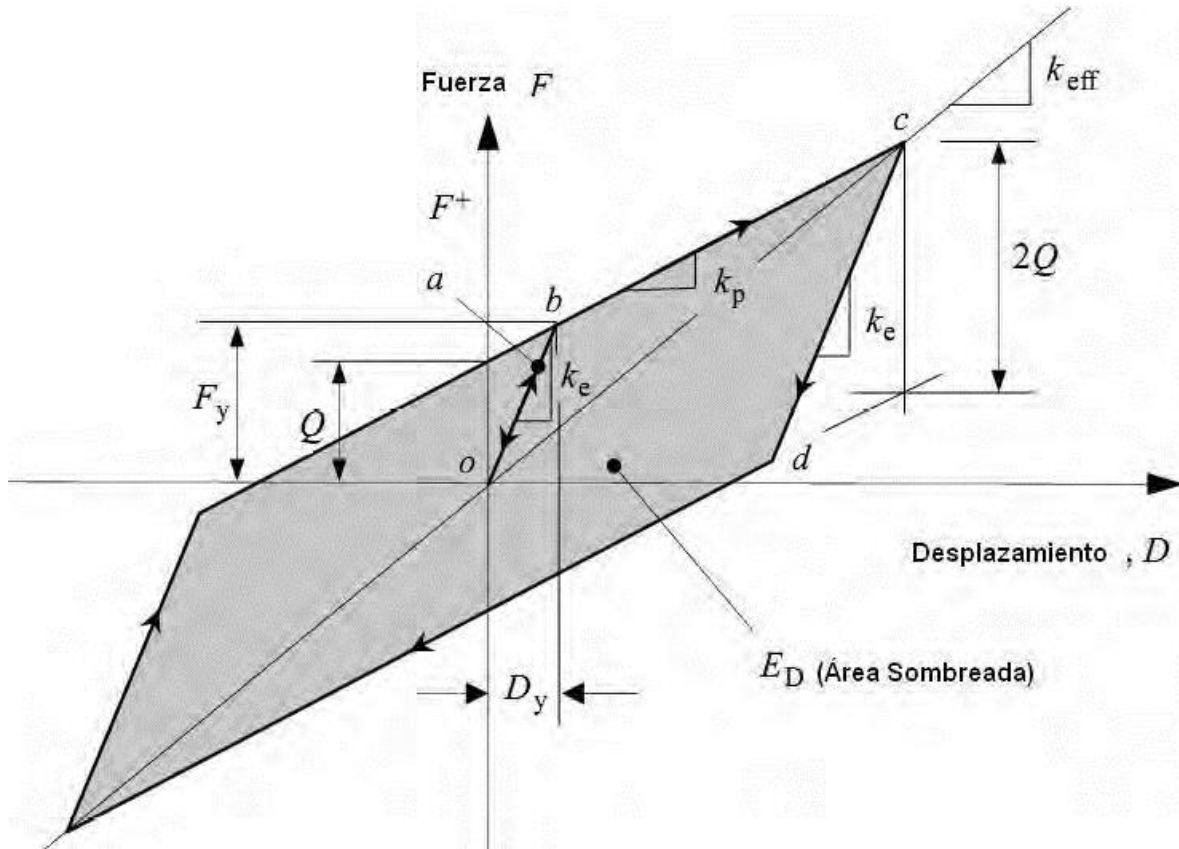
Otras propiedades del aislador tales como amortiguamiento efectivo y rigidez vertical son también introducidas para el desarrollo del modelo del aislador.

3.2. Parámetros del modelo bilineal.

El modelo bilineal, usado para expresar la relación entre la fuerza cortante y el desplazamiento lateral, puede definirse por tres parámetros los cuales podemos identificar también en la Figura 4 – 3.

1. Rigidez Elástica k_e
2. Rigidez Postfluencia k_p
3. Fuerza Característica Q

Estos tres parámetros reflejan adecuadamente las características mecánicas de los aisladores y suministran una estimación satisfactoria del comportamiento no lineal de un aislador.



Cuando una fuerza cortante se comienza a aplicar al aislador, se da una relación lineal entre el cortante y el desplazamiento lateral, expresada por oa , una vez que el cortante llega al punto b comienza la fluencia en el aislador, más allá del punto b se dan grandes desplazamientos con pequeños incrementos en el cortante su rigidez está definida como Rigidez post fluencia k_p . Si la descarga inicia en el punto c , la trayectoria de descarga no es la previa sino sigue la trayectoria cd que tiene la misma rigidez inicial de oa . El valor de cortante de cd es igual a $2F_y$, F_y es la fuerza de fluencia. Más allá del punto d , la trayectoria de descarga es paralela a bc con la misma magnitud de k_p .

La rigidez efectiva k_{eff} , en la región de postfluencia puede ser expresada en términos de la rigidez postfluencia k_p y la fuerza característica Q con el correspondiente desplazamiento lateral D de esta manera tenemos

$$k_{eff} = k_p + \frac{Q}{D}$$

El desplazamiento de fluencia D_y , el cual es convenientemente usado en algunos programas de computadoras para definir el modelo bilineal, también se deriva de k_p , k_e y Q

$$D_y = \frac{Q}{k_e - k_p} \quad 3 - 2$$

La fuerza de fluencia F , en el desplazamiento de fluencia D_y se determina a través de la siguiente ecuación.

$$F_y = Q + k_p D_y \quad 3 - 3$$

El amortiguamiento efectivo β_{eff} se define como

$$\beta_{eff} = \frac{E_D}{2\pi k_{eff} D^2} \quad 3 - 4$$

Definimos E_D como la energía disipada por ciclo, E_D es considerada como el área del ciclo de histéresis, limitada por el desplazamiento lateral $-D$ y $+D$ en cada ciclo. Así, $E_D = 4 Q D - D_y$

$$\beta_{eff} = \frac{4Q(D - D_y)}{2\pi k_{eff} D^2} = \frac{2Q(D - D_y)}{\pi k_{eff} D^2} \quad 3 - 5$$

En la práctica de diseño, la rigidez efectiva y el amortiguamiento efectivo son determinados en el desplazamiento de diseño, D_D , y en el desplazamiento máximo, D_M . La definición de estos términos se da en el capítulo 3 de esta guía.

A continuación se presentaran las propiedades mecánicas de los *aisladores elastoméricos con núcleo de plomo* y *elastoméricos con alto amortiguamiento*.

Para todos estos aisladores exceptuando el aislador elastomérico se usara el modelo bilineal para definir las propiedades mecánicas de cada uno de los aisladores antes mencionados.

3.3.- Características mecánicas de los aisladores elastomericos.

Las características mecánicas de los soportes elastoméricos con refuerzo de acero en láminas han sido estudiadas por décadas, mientras los análisis exactos

usando técnicas no lineales son bastantes difíciles, predicciones simples basadas en la teoría elástica han sido desarrolladas por muchos investigadores, y verificadas por laboratorios de prueba y más recientemente por el análisis de método de elementos finitos.

La característica mecánica más importante de estos aisladores es la rigidez horizontal representada por k_H y esta dada por la siguiente ecuación

$$k_H = \frac{GA}{t_r} \quad 3 - 6$$

Donde

G = Modulo de cortante del elastómero

A = Área de la sección transversal completa

t_r = Espesor total del caucho.

El *máximo desplazamiento horizontal* D esta relacionado a la *máxima deformación por cortante* γ a través de

$$\gamma = \frac{D}{t_r} \quad 3 - 7$$

La *rigidez vertical* k_v y la *rigidez de flexión*, que se expresa como EI por analogía con la teoría de vigas, también se encuentran a través de la teoría elástica y es un parámetro que se necesita para el diseño del aislador.

La frecuencia vertical de una estructura aislada, frecuentemente es un importante criterio de diseño, está controlado por la rigidez vertical del aislador que comprime el sistema.

Para poder predecir la frecuencia vertical, el diseñador necesita solamente calcular la rigidez vertical del aislador bajo una carga muerta especificada, un análisis lineal es lo suficientemente preciso para este tipo de cálculo.

La respuesta inicial de un aislador bajo carga vertical es bastante no lineal y depende de varios factores. Normalmente, los aisladores tienen un sustancial abultamiento antes de que la rigidez vertical completa se desarrolle. Este abultamiento, el cual está fuertemente influenciado por la alineación de las placas de acero y otros aspectos de la mano de obra en el proceso de moldado no se puede predecir por análisis pero en general es de poca importancia para predecir la respuesta vertical del aislador.

Otra propiedad importante del aislador que debe ser analizada para el diseño es el comportamiento de pandeo del aislador. Para poder realizar este análisis, la respuesta del aislador comprimido por el momento de flexión es necesaria.

Llamado como “rigidez de flexión” puede determinarse a través de una extensión del mismo análisis que se hace para determinar la rigidez vertical.

La rigidez vertical de un aislador de caucho esta dado por la formula

$$k_V = \frac{E_C A}{t_r} \quad 3 - 8$$

Donde

A = Área de la sección transversal del aislador (debe tomarse el área de las placas metálicas)

t_r = Espesor total de caucho en el aislador

E_C = Modulo de compresión instantánea del compuesto de caucho – acero bajo el nivel especifico de carga vertical.

El valor de E_C para una sola capa de caucho esta controlado por el factor de forma S el cual puede definirse como

$$S = \frac{\text{Area cargada}}{\text{Area libre de fuerzas}} \quad 3 - 9$$

S , es una medida adimensional de la relación de aspecto de una sola capa del elastómero.

$$S = \frac{b}{t} \quad 3 - 10$$

Para un cojín circular de diámetro θ o radio R y espesor t

$$S = \frac{\theta}{4t} \quad o \quad S = \frac{R}{2t} \quad 3 - 11$$

Para un cojín cuadrado o de dimensión “a” y espesor t

$$S = \frac{a}{4t}$$

3 - 12

Para un cojín con forma circular el módulo de compresión es E_c esta dado por

$$E_c = 6GS^2$$

3 - 13

Para un cojín cuadrado el módulo de compresión E_c esta dado por

$$E_c = 6.73GS^2$$

3 - 14

En algunos casos los aisladores son diseñados con hoyos en los centros del cojín. El módulo de compresión E_c para un aislador con un radio interior "a" y un radio exterior "b" esta dado por

$$E_c = 4GS^2$$

3 - 15

Cuando el factor de forma del cojín es mayor de 10, el efecto de la compresibilidad en el caucho se vuelve importante. La compresibilidad puede ser incorporada en las ecuaciones anteriores a través de la siguiente ecuación

$$E_c = \frac{6GS^2K}{6GS^2 + K}$$

3 - 16

Considerando que en una viga la distribución de esfuerzos por flexión es lineal. En el caso de un cojín cuadrado el valor efectivo de EI es muy cercano a un tercio de valor de EI para una viga por lo tanto

$$(EI)_{eff} = E_c(0.329I)$$

3 - 17

Para un cojín circular con un hoyo en el centro esta ecuación es

$$(EI)_{eff} = 2GS^2I \frac{(b+a)^2}{b^2 - a^2}$$

3 - 18

3.4.- Características mecánicas de los aisladores con núcleo de plomo

La fuerza característica “Q” de los aisladores con núcleo de plomo es controlada principalmente por la fuerza cortante del núcleo de plomo. El cortante de fluencia ocurre en el núcleo de plomo a bajos niveles de esfuerzo cortante. Sin embargo, el comportamiento histerético del aislador es bastante estable inclusive cuando éste es sometido a muchos ciclos de carga.

La siguiente ecuación muestra la relación que existe entre la fuerza característica “Q” y el producto del esfuerzo de fluencia f_{y1} del plomo por el área de plomo A_1 , como podemos ver este dato es característico para el aislador con núcleo de plomo:

$$Q = A_1 f_{y1} \quad 3 - 19$$

La rigidez post fluencia “ k_p ” puede describirse a través de la siguiente ecuación:

$$k_p = \frac{A_b G f_L}{t} \quad 3 - 20$$

Donde:

A_b = es el área de caucho

t = el grosor total del caucho

$f_L = 1.5$

G = módulo de cortante tangente del caucho (se determina a través de pruebas dinámicas de cortante)

La rigidez elástica “ k ” no es fácil de calcular pero a través de la siguiente ecuación empírica se puede obtener un valor que es aceptable, la rigidez elástica es x veces la rigidez postfluencia, esto se puede escribir como

$k_e = xk$, siendo x un valor entre 6.5 y 10:

$$6.5k_p < k_e < 10k_p \quad 3 - 21$$

En base a esta condición podemos conocer el desplazamiento de fluencia D_y sustituyendo los valores encontrados en la ecuación 4- 2, obtenemos la siguiente ecuación

$$D_y = \frac{Q}{(x - 1)k_p} \quad 3 - 22$$

La rigidez efectiva como ha sido definida en la ecuación 3 – 1

Sustituyendo los datos encontrados hasta el momento en la ecuación 3- 5 podemos encontrar el amortiguamiento efectivo para un aislador con núcleo de plomo

$$\beta_{eff} = \frac{2Q(D - D_y)}{\pi k_{eff} D^2} = \frac{2Q[(x - 1)k_p D - Q]}{\pi(x - 1)k_p(k_p D + Q)D} \quad 3 - 23$$

Con estas características se puede establecer un modelo bilineal y puede ser usado para realizar un análisis no lineal de la estructura que utiliza aisladores con núcleos de plomo.

$$\omega = \sqrt{\frac{k_{eff} g}{W}} = \sqrt{\omega_0^2 + \mu \frac{g}{D}} \quad 3 - 24$$

Definimos

$$\mu = \frac{Q}{W} \text{ y } \omega_0^2 = \sqrt{\frac{k_p g}{W}} \quad 3 - 25$$

Otro dato que puede ser interesante es la *frecuencia natural* ω , la cual esta dada por

Conociendo este dato el *periodo efectivo* T lo podemos encontrar a través de la siguiente ecuación

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 + \mu \frac{g}{D}}} \quad 3 - 26$$

3.5.- Modelo Bilineal de un aislador elastomérico de alto amortiguamiento

Los 3 parámetros usados para generar un modelo bilineal para un aislador elastomérico de alto amortiguamiento son normalmente derivados del módulo de cortante G y el amortiguamiento efectivo β_{ef} . El módulo de cortante tangente G , es determinado con precisión de una prueba dinámica de cortante.

El amortiguamiento efectivo, determinado de las pruebas a los prototipos de aisladores varía entre 10% y 20% del amortiguamiento crítico.

La ecuación para calcular la rigidez postfluencia k_p para este tipo de aisladores es

$$k_p = \frac{GA_b}{t} \quad 3 - 27$$

Donde

A_b = El área de caucho

t = Espesor total del caucho.

La fuerza característica está definida por

$$Q = \frac{\pi \beta_{eff} k_p D_D^2}{(2 - \pi \beta_{eff}) D_D - 2 D_y} \quad 3 - 28$$

Donde

D_D = Desplazamiento de Diseño

Los parámetros correspondientes al desplazamiento de fluencia D , son desconocidos hasta que los parámetros k_p , k_e y Q sean determinados.

Una estimación aproximada de D , apoyada de resultados de las pruebas, puede ser expresado en términos del espesor total del caucho, t

$$D_y = \lambda t \quad 3 - 29$$

Donde

$$0.05 \leq \lambda \leq 0.1$$

Una vez que se conocen los parámetros k , D_y y Q la fuerza de fluencia F_y del aislador se determina fácilmente a través de la ecuación 3 – 3

$$F_y = Q + k_p D_y \quad 3 - 30$$

Siguiendo con la búsqueda de las variables que conforman el modelo bilineal buscamos la rigidez elástica del aislador de alto amortiguamiento

$$k_e = \frac{F_y}{D_y} = k_p + \frac{Q}{D_y} = k_p \left\{ 1 + \frac{\pi\beta_{eff} D_D^2}{\lambda t [(2 - \pi\beta_{eff}) D_D - 2\lambda t]} \right\} \quad 3 - 31$$

Si sustituimos en la ecuación 4- 5, $D_y = \lambda t$, la rigidez efectiva en el desplazamiento de diseño puede ser calculado a través de la siguiente ecuación

$$k_{eff} = \frac{2Q(D_D - \lambda t)}{\pi\beta_{eff} D_D^2} \quad 3 - 32$$

La ecuación para el amortiguamiento puede definirse como

$$B_{eff} = \frac{K_{pA}\beta_A + K_{pB}\beta_B}{K_{DMIN}} \quad 3 - 33$$

3.7.- Pandeo critico de aisladores elastomericos

Se abarca este tema hasta este momento debido a que se considera importante conocer las propiedades mecánicas de los aisladores elastomérico para entender los conceptos que se mencionan en esta sección.

Los aisladores elastomérico son susceptibles a inestabilidad por pandeo parecida a la que se da en una columna pero dominado por la baja rigidez de cortante del aislador.

Para modelar el aislador es necesario introducir ciertas modificaciones a las cantidades definidas en la sección previa. Cabe mencionar que según algunos autores la única manera de conocer la carga de pandeo es a través de pruebas de laboratorio y que las hipótesis que abajo se presentan no representan el comportamiento real.

Cortante por unidad de longitud

$$P_s = GA_s \quad 3 - 34$$

Donde

G = Modulo de elasticidad del elastómero.

A_s = Área de cortante efectivo.

Área de cortante efectivo.

$$A_s = A \frac{h}{t_r} \quad 3 - 35$$

A = Área de sección transversal del aislador

h = Altura total del aislador incluyendo acero

t_r = Altura total del caucho

Rigidez Horizontal

$$K_H = \frac{GA}{t_r} \quad 3 - 36$$

Carga de Pandeo

$$P_E = \frac{\pi^2}{h^2} \frac{1}{3} E_C I \frac{h}{t_r} \quad 3 - 37$$

Para la mayoría de los tipos de aisladores donde $S \geq 5$, $P_E \gg P_s$ la carga crítica puede ser calculada con la ecuación

Carga Crítica

$$P_{crit} = \sqrt{P_E P_s} \quad 3 - 38$$

Factor de Seguridad

$$F_{seg} = \frac{P_{crit}}{W} \quad 3 - 39$$

Influencia de Carga Vertical en Rigidez Horizontal

$$K_H = K_H \left[1 - \left(\frac{W}{P_{crit}} \right)^2 \right] \quad 3 - 40$$

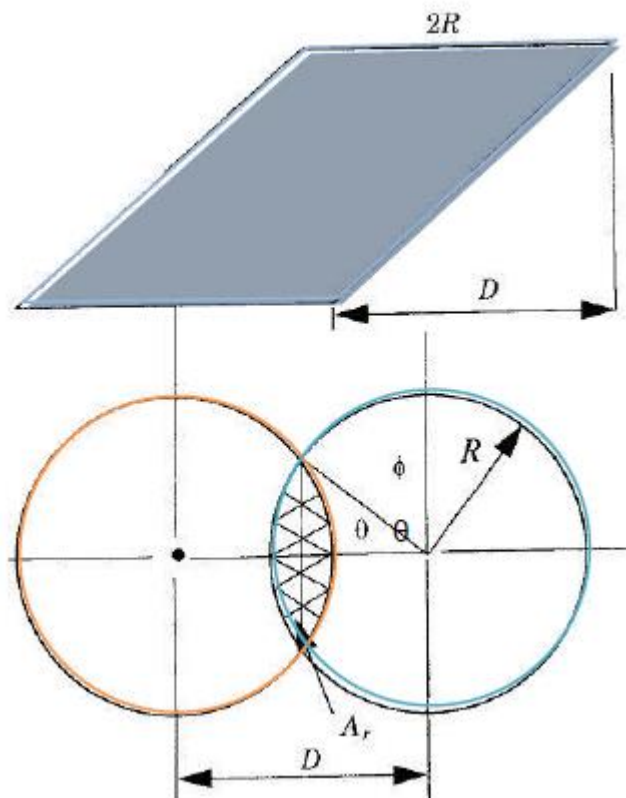
3.8.- Estabilidad ante grandes desplazamientos laterales

El análisis de pandeo para un aislador elastomérico se basa en la teoría análoga a el análisis del pandeo de una columna, en estos casos se presenta la carga o los esfuerzos de pandeo en la posición original, sin desplazamientos, pero normalmente no hay información acerca de la estabilidad del aislador en su

posición desplazada, en estos casos la inestabilidad se presentara en la pérdida de un incremento positivo en la rigidez horizontal K . Conocer este tipo de inestabilidad es de crucial importancia en el diseño de los aisladores.

Para predecir este comportamiento es necesario hacer uso de un análisis no lineal. Sin embargo hay dos hipótesis las cuales pueden usarse para una aproximación con bastante grado de exactitud.

La siguiente figura nos muestra la simbología utilizada en esta sección, la cual será explicada más adelante. En las secciones 3.8.1 y 3.8.2 se podrá usar como referencia para las ecuaciones que aparecen en dichas secciones.



3.8.1.- Área Reducida

Antes de hablar de las hipótesis que se tienen acerca del pandeo crítico ante desplazamientos laterales, se escriben las ecuaciones para el área reducida

Área reducida para un aislador rectangular

$$A_r = B(B - D_{crit}) \quad 3 - 41$$

Área reducida para un aislador circular

En el caso de un aislador con sección circular es más difícil de realizar dicho cálculo, en la Figura 4 - 4 tenemos definido las siguientes variables como

θ = Angulo medio subtendido al centro de la intersección del círculo superior e inferior.

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \theta \quad 3 - 42$$

El desplazamiento D, y el área reducida A_r están dados por las siguientes ecuaciones

$$D = 2R\cos\theta = 2R\sin\theta \quad 3 - 43$$

$$A_r = 2R^2(\theta - \sin\theta\cos\theta) \quad 3 - 44$$

3.8.2.- Pandeo Crítico

Esta hipótesis supone que la concentración de esfuerzos no afecta la resistencia a flexión del aislador sino la resistencia a cortante.

$$P_s = GA_s \quad 3 - 45$$

De esta ecuación se sustituye el término A_s por un A_r que ha sido definido en la ecuación 3- 41, para un aislador de sección cuadrada.

Si la segunda hipótesis es correcta tenemos

$$P = \sqrt{GA_r \frac{\pi^2}{t_r^2} (EI)_{eff}} \quad 3 - 46$$

Lo podemos reescribir como

$$P = P_{crit} \left(\frac{A_r}{A} \right)^{1/2}$$

3 - 47

Donde

A = Para un aislador cuadrado sería igual a B²

Entonces tenemos D_{crit}

$$\frac{P}{P_{crit}} = \left(\frac{A_r}{A} \right)^{1/2} \rightarrow \left(\frac{P}{P_{crit}} \right)^2 = \frac{A_r}{A} \rightarrow D_{crit} = B - B^2 \left(\frac{P}{P_{crit}} \right)^2$$

3 – 48

3.9.- Estabilidad ante estiramiento

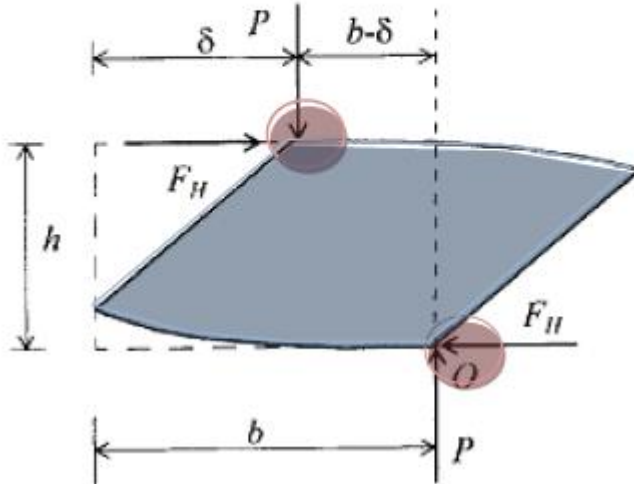
Hasta ahora se han revisado dos tipos de inestabilidades:

- a) Estabilidad de la carga de pandeo del aislador sin desplazamiento.
- b) Estabilidad del aislador cuando este se encuentra bajo un desplazamiento.

Ahora se revisara otro tipo de inestabilidad, llamado estabilidad ante “estiramiento” esté se da en los aisladores que se encuentran anclados, esta inestabilidad se debe a desplazamientos laterales que se encuentran en los límites del desplazamiento máximo que el aislador puede soportar. Al igual que en los casos anteriores hay una disminución en las propiedades de fuerza – desplazamiento.

Debido a que el aislador no soporta tensión, el movimiento en la parte superior e inferior se produce por un cambio en las líneas de acción de las resultantes de la carga vertical como se puede mostrar en la Figura 4 - 5, de igual manera en esta figura se puede apreciar cuando se alcanza el límite de este cambio, como podemos ver, este se alcanza cuando las resultantes de fuerza vertical se encuentran en los límites del aislador (señalados por los círculos).

$$\frac{\delta_{max}}{b} = \frac{P}{P + K_H h}$$



El límite puede ser encontrado a través de la siguiente ecuación

$$P(b - \delta_{max}) = hF_H \quad 3 - 49$$

Donde

P = Carga Axial

b = Ancho del aislador en caso de ser cuadrado si fuera circular puede ser el diámetro θ

h = Altura del aislador

F_H = Fuerza Lateral

δ_{max} = Desplazamiento máximo D_M .

Al final es desplazamiento máximo se define por la ecuación 3 - 50

$$\delta_{max} = \frac{\Phi}{1 + Kph/P} \quad 3 - 50$$